

1. A matematikatanulás szerepe; a gondolkodás fejlesztése a matematika tanulása során.

A matematika szerepe a valóság megismerésében, leírásában. A matematika modellszerepe a gyakorlati élet valamint a tudományok problémáinak megoldásában.

A gondolkodás fejlesztésének lehetőségei a matematika tanulása során. Elemi gondolati műveletek (összehasonlítás, osztályozás, sorbarendezés). A matematikai logika alapjai (a kétfelé válogatás, a logikai „nem” megjelenése; halmazok metszete, a logikai „és”; halmazok uniója, logikai „vagy”, egylépéses egyszerű következtetések. A logikai műveletek megjelenése más tantárgyak tanulásában.

A probléma és a problémahelyzet fogalma. A probléma-kiindulás szerepe általában a tanulásban (a spontán kisgyermekkori, óvodás kori tanulásban és az iskolai tanulás spontán és szervezett tanulási folyamataiban) és a matematika tanulásában. A problémamegoldás közvetlen útja és a matematikai modellek használata.

A matematika szerepe a valóság megismerésében, leírásában.

A matematika modellszerepe a gyakorlati élet valamint a tudományok problémáinak megoldásában.

A matematikát a gyakorlati életben, társtudományokban akkor használjuk, amikor „hogyan” jellegű kérdésekre akarunk válaszolni. (Itt példák felsorolása szükséges) (Mozgások leírása a fizikában, kémiai reakciók tömegviszonyainak leírása a kémiában, rendszertan a biológiában. Költségvetés készítése a háztartásban stb.)

A gondolkodás fejlesztésének lehetőségei és tennivalói a matematika tanulása során:

Elemi gondolati műveletek végzésének fejlesztése (összehasonlítás, osztályozás, sorbarendezés). Az elemi megismerési tevékenységek feltételezik az érzékelés, észlelés, megfigyelés, tudatos megfigyelés, tulajdonság-kiemelés képességének megfelelő szintű fejlesztését.

A matematikai logika elemeivel való foglalkozás (a kétfelé válogatás, a logikai „nem” megjelenése; halmazok metszete, a logikai „és”; halmazok uniója, logikai „vagy”, egylépéses egyszerű következtetések. A logikai műveletek megjelenése más tantárgyak tanulásában.

A matematikai tevékenységek, a matematikával való foglalkozás, eszközként szolgálhatnak az emberi képességek (hangsúllyal a gondolkodási képességek) fejlesztéséhez.

A matematikai nevelés fő célja az alsó tagozaton:

– az alapvető ismeretek kezdetben közös feldolgozása, majd felkészítés az önálló ismeretszerzésre;

– képességfejlesztés.

Az általános iskola első négy évfolyamán az alapvető matematikai ismeretek kimunkálása és a gondolkodási módszerek alapozása gyakorlati tevékenységre, konkrét tapasztalatszerzésre épül.

A gondolkodás egyrészt a megismerési folyamat irányítója, másrészt annak terméke. A pszichológia, az agykutatás foglalkozik a gondolkodás folyamatának feltárásával, illetve annak modellezésével.

A hosszú távú tanulásnak a megértésen kell alapulnia.

*Megértés*en a matematikában általában a kapcsolatok, összefüggések észrevételét, tudatosítását értjük.

A matematika értelmes tanulása lehetővé teszi, hogy az új ismeretek beillesztődnek a már megszerzett ismeretek rendszerébe, struktúrájába. A fogalmi rendszer nem zárt: állandó fejlődésben, formálódásban van: az új ismereteknek a gondolkodás fejlődésének következtében egy-egy fogalom lényeges jegyekkel bővíthet.

Tevékenységek és elemi gondolati műveletek

Összehasonlítás:

a dolgok, jelenségek, eljárások azonosságának (megegyezés) és különbözőségének megállapítása *összehasonlításokkal* történik.

Szétválogatás:

együvé kerülnek azok, amelyek bizonyos tulajdonságban megegyeznek, különválasztjuk azokat, amelyek ugyanebben a tulajdonságban különböznek (Pl. két tárgy, személy, halmaz, ... (elem) valamely tulajdonság szerinti összehasonlításán alapul a tárgyak, személyek, halmazok, jelek, stb. (elemek) szétválogatása.)

A szétválogatás tevékenység készíti elő az *osztályozás* matematikai fogalmát.

Sorbarendezés egy szempont szerint:

A tárgyak, dolgok mennyiségi tulajdonság szerinti összehasonlítása és a különbözőség ("nagyobb", "kisebb") alapján történhet a *sorbarendezésük*.

Fontos tevékenység a *rendezés több szempont szerint*.

A rendezés megjeleníthető táblázattal, fadiagrammal. (Pl. több szempont szerint rendezhetők a logikai készlet piros lyukas lapjai; a 3, 5, 6, 7 számjegyekből képezhető kétjegyű számok.) *Rendszeralkotás:*

Adott elemek összes lehetséges sorrendjének létrehozása egy *rendszer* megalkotását jelenti. (pl. 1-1 piros, kék és sárga kockából 3 szintes torony építése felfogható úgy, mint háromszintes tornyok többszempon্তু rendezése.)

A logikai gondolkodás elemei

- A tapasztalatszerző tevékenységekhez kijelentések (állítások) kapcsolódnak.

Kétfelé válogatásokkal kapcsolatos állítások:

ide tartozik például az elemek *közös tulajdonságának* megnevezése, jelölése (címkézés). A komplementer halmaz elemeinek közös tulajdonsága és ennek kifejezése a logikai „nem” felhasználásával. A közös tulajdonság felhasználásával az egyes elemekről igaz és téves (nem igaz) *állítások* (kijelentések, ítéletek) megfogalmazása, ilyen állítások igazságának eldöntése, *nyitott mondatok* lezárása.

Válogatások kétszer (és háromszor) kétfelé:

Ezek matematikai szempontból osztályozások két (három) szempont szerint. A kapcsolódó állítások az elemek összetett tulajdonságát fejezik ki az elemi tulajdonságokból a „logikai és” és „logikai vagy” segítségével összekapcsolt mondatok segítségével.

Az állítások nemcsak egy-egy elemről szólhatnak, hanem az összességről, a halmazról. Ezek az un. kvantoros állítások. (pl. Minden négyjegyű szám osztható kettővel.)

- Felismert, adott kapcsolatokból *következtetni* lehet további kapcsolatokra:

visszafele vezető kapcsolatra

(Pl. ha Anna fia Péter, akkor Péternek anyja Anna.)

összefüggésekre más elemek között

(Gergő fia Áginak, Bálint is fia Áginak, tehát Gergő és Bálint testvérek)

állítás igazságértékéről tagadásának igazságértékére következtethetünk

A problémamegoldó gondolkodás

A probléma általános értelemben egy olyan helyzetet jelent, amelyben bizonyos célt akarunk elérni, de a cél eléréséhez vezető út valamilyen ok miatt ismeretlen.

A matematikában olyan feladatot értünk problémán, amelynek megoldásához a meglévő módszereket, ismereteket, ezek kapcsolatait módosítani, kombinálni kell, vagy újakat kell alkotni. Az intuíció segítheti a problémamegoldó gondolkodást. Az intuíció szerepének megfelelő értékelése fontos a problémamegoldó gondolkodásra való nevelésben.

A problémamegoldás során fontos a problémahelyzet a felismerése megfogalmazása.

A problémamegoldás két főszakasza (megértés és „megfejtés”).

A probléma megoldásának lehetőségei:

A problémamegoldás közvetlen útja. (Lejátszás, kirakás stb.)

Problémamegoldás matematikai modellek használatával.

Ebben fontos fázis a matematizálás (vagyis a valós problémák átfordítása a matematika nyelvére, matematikai modellek keresése).

Algoritmus kialakítása amennyiben lehetséges tipikus problémák megoldásához,

A problémák megoldási menetének tudatosítása. Pl.: szöveges feladatok.

Az iskolai matematikatanításban is feladatunk, hogy megteremtjük a gyermekek aktív ismeretszerzésének feltételeit és fejlesszük *alkotó gondolkodásukat*. Az alsó tagozaton alapvetően fontos alkotó tevékenységeknek jó kiindulási helyzete, motívuma a gyereket érdeklő probléma felvetése.

Irodalom:

1. C. Neményi Eszter –Sztrókay Vera, (2003): Matematika segédanyag az esti tanítóképzéshez 223-253. oldal
2. Skemp, Richard (2005): A matematikatanulás pszichológiája. SHL Kiadó, Budapest.
3. Atkinson, R.L. - Atkinson, R.C. - Smith, E.E. - Bem, D.J. - Nolen-Hoeksema, S.: Pszichológia. Második, javított kiadás, Budapest, Osiris, 1999. 270-273. oldal
4. C. Neményi Eszter – Szendrei Julianna (2004). A számolás tanítása, Szöveges feladatok, ELTE-TÓFK, Budapest, 213-225. oldal
5. R. Szendrei J. - Makara Á. - M. Kokovay J. - Pálfy S.: Tanulási nehézségek a matematikában (Tanítók kiskönyvtára) 1994, IFA-BTF-MKM; 13-15.0., 93-101. o.
6. Makara Agnes: A gondolkodás fejlesztésének lehetőségei In: Szakvezetői modellkísérlet I. (BTF Továbbképző füzetek), 109-132.o.

További irodalom a tanszéken

2. Fogalomépülés, ezen belül a matematikai fogalmak épülésének bemutatása a természetes szám fogalmának példáján.

Az absztrahálás folyamatának bemutatása a természetes szám fogalmának konkrét tartalmaiból kiindulva: a tevékeny tapasztalatszerzés, az elvonatkoztatást segítő technikák, az absztrahálás folyamatának sokszori bejárása, az általános, magasabb szintű szintetizálás, a konkretizálás szerepe a fogalmak épülésében. A természetes szám fogalomalakulásának feltételét képező részképességek fejlesztése. Asszimiláció és akkomodáció. A „tudományos” fogalomalkotás összevetése a köznapi fogalmak alakulásával. A beszéd, írás és egyéb jelek szerepe a fogalomalkotásban. A pedagógus szerepe a gyerek fogalomépítő munkájában.

- **A természetes számfogalom alakítása** két lépcsős fogalomalkotás:

Az első lépcső bizonyos egyedi számok (pl. az öt, négy, kettő...) fogalmának kialakítása – ezek az egyedi számok **elsődleges fogalmak**: példái közvetlen tapasztalati tények.

A második lépcső az egyedi számok közös lényegének kiemelődése. **A szám fogalma másodrendű fogalom**: példái fogalmak, közvetlenül nem tapasztalhatók.

(A fentiek átgondolása és összevetése pl. a szín fogalmának alakulásával.)

- **Honnan származik a számfogalom?**

1. Halmazok tulajdonsága

Ha két halmaz olyan, hogy az egyik halmaz elemei kölcsönösen egyértelműen megfeleltethetők a másik halmaz elemeinek, akkor azt mondjuk, hogy ugyanannyi elemük van, egymással számosságilag ekvivalensek. „A halmaz számosságilag ekvivalens B halmazzal” ekvivalencia reláció: reflexív, szimmetrikus és tranzitív. Az ilyen tulajdonságú reláció osztályokat hoz létre. Két halmaz akkor kerül egy osztályba, ha ugyanannyi elemük van. Az azonos osztályba kerülő számosságilag ekvivalens halmazok közös tulajdonsága egy-egy kardinális szám. Ha a halmazok végesek, akkor a kardinális számuk természetes szám. A végtelen halmazok kardinális száma nem természetes szám.

2. Mennyiségek mérőszáma

A mennyiségek (hosszúság, tömeg, időtartam, űrtartalom, terület, térfogat, szög...) nagyságát mérőszám fejezi ki. A mérőszám egy számból és egy mértékegység nevéből áll, azt fejezi ki, hogy az adott mennyiség hányszorosa a választott egységnek. A számfogalomnak a mérőszám-tartalma csak akkor alakul ki, amikor függetlenedik a ténylegesen kirakható egységek darabszámától, és az egység és a mérendő mennyiség között számszoros viszonyt fejez ki. A természetes szám mérőszám – tartalmára azért is nagy szükség van, mert ez vezet el a számfogalom kiterjesztéséhez: az egész számok köréhez, a racionális számok köréhez, sőt később a valós számokhoz is.

A természetes szám kifejezhet más tartalmakat is: lehet értékmérő, értékjelző (pl. pénzérték értéke, sportversenyen megszerzett pontszám...; ezekkel lehet műveleteket végezni), lehet jelszerepű (pl. házszámok, személyi szám... ;ezekhez nem kapcsolódik művelet-értelmezés).

Az előbbiektől nagyon eltérő számtartalom, amit például a számlálásban alkalmazunk. Számlálás közben a számneveket egymás után soroljuk, közben egy-egy elemre mutatunk, így minden elemet megjelölünk egy számmal, kifejezve ezáltal az elemeknek is egy kötött sorrendjét. Ezt a számtartalmat szemlélteti a számegyenes, amelyben a számokat nem egy-egy halmazhoz, összességhez rendeljük, s nem is mennyiség nagyságát fejezzük ki velük, hanem sorba rendezett pontokhoz kapcsoljuk.

- **A természetes szám – fogalom alakulásának legfőbb tartalmi összetevői:**

1. A valóság és a szám

A természetes szám fogalma két tapasztalati bázison épül: darabszámként és mérőszám-tartalommal. A kétféle tartalom egymás mellett fejlődik, egy darabon egymástól szinte elszigetelten, aztán egy ponton összefonódva. A kétféle tartalom épülésének legfőbb lépései:

- Érzékszervi benyomások, összehasonlítások darabszámról és mennyiségekről.
- Objektív” módszer és eszköz a fenti viszonyok megítélésére (kölsönösen egyértelmű megfeleltetés és összemérések).
- Párosítás közvetítéssel és összemérés közvetítéssel
- A 2, 3, 4, 5, 1, 6 ... számok, mint ekvivalens halmazok közös meghatározó tulajdonsága: kis számok megragadása „összkép” alapján.
- Számok, mint a számlálás eredménye és mint az egységgel való mérés eredménye.

Tevékeny tapasztalatszerzés a különféle mennyiségek (hosszúság, űrtartalom...) körében nagy különbségek esetén, ugyanígy a „több”, „kevesebb” szavak tartalmának kidolgozása nagyon eltérő elemszámú halmazok összehasonlításával. (példa)

Kis eltérések esetében összemérés, illetve kölsönösen egyértelmű megfeleltetés → az összemérés szerepe: a kisebb-nagyobb kapcsolat pontosabbá tétele különféle mennyiségek körében, és az egyenlőség kialakítása; a több-kevesebb megítélése párosítással (kölsönösen egyértelmű megfeleltetéssel).

Az „ugyanannyi” kapcsolat szerepe a természetes szám fogalmának alakításában: Az ugyanannyi kapcsolatra épül a természetes számfogalomnak az a tartalma, amelyet kardinális számnak nevezünk. A mérőszám – fogalom alapját is a mennyiségek egyenlősége jelenti. Az ugyanannyi és ugyanakkora kapcsolat két fontos tulajdonsága: állandóság és a közvetítődés.

Kis számok felfogása összkép alapján látással (statikusan: rögzített elrendezésben, dinamikusan: változás közben) - hallással, mozgással időben egymás után kerülnek sorra az elemek. A „gyorsolvasási gyakorlatok” szerepe.

Számok, mint a számlálás, ill. az egységgel való mérés eredményei. A számlálás megtanulása: mit kell megtanulnia a gyerekeknek, hogy egy halmaz elemszámát megszámlálják?

(Az egyes lépéseknél felhozott példákon keresztül mutassa meg az elvonatkoztatást segítő technikákat, az absztrahálás folyamatának sokszori bejárását, az általános, magasabb szintű szintetizálás és a konkretizálás szerepét a fogalmak épülésében. Például: Amikor a gyerek két halmaz elemeit párosítja, és eljut ahhoz a következtetéshez, hogy az egyik halmazban több elem van, mint a másikban, akkor ezzel egy matematikai tevékenységet végzett. Sok ilyen konkrét tevékenység eljuttatja egy általános megállapításhoz; abban a halmazban van több elem, amiben pár nélkül maradt legalább egy elem. Amikor az „ugyanannyi” és „ugyanakkora” relációk tulajdonságait (állandóság és közvetítődés) sok konkrét szituációban megtapasztalta, akkor a számfogalom alakításának folyamatában létrejön az általánosítás.)

Asszimiláció: A tanulás során az új ismeretek beépülnek a már meglévő gondolkodási sémákba. Piaget ezzel a fiziológiából átvett kifejezéssel a fejlődés egyik alapvető folyamatát írta le, amelynek során a szerv. idomul a helyzethez; a meglévő sémák a külső hatásokhoz igazodva alakulnak. Eszerint minden mintakövető viselkedés akkomodációként értelmezhető; az utánzás az ~ megközelítőleg tiszta típusa.

Akkomodáció: A meglévő sémák hasonulnak az új ismerethez, s ezáltal a gondolkodás differenciálódik.

A „tudományos” fogalomalkotás összevetése a köznapi fogalmak alakulásával

(Az alábbi részlet alapján fogalmazza meg saját szavaival)

„ A tudományos fogalom más fogalom közvetítésével határozódik meg és így a tárgyhoz való kapcsolatával együtt tartalmazza a fogalmak rendszerének elsődleges elemeit....

A gyermek spontán fogalma alulról felfelé, az elemibb és alacsonyabb sajátosságoktól a magasabbak felé haladva fejlődik, a tudományos fogalmak pedig felülről lefelé, a bonyolultabb és magasabb rendű sajátosságoktól az elemibb és alacsonyabb sajátosságok felé haladva fejlődnek....

A két folyamatnak bensőséges és mély kapcsolatai vannak egymással. A gyermek köznapi fejlődésének el kell érnie bizonyos színvonalat ahhoz, hogy a gyermek egyáltalán képes legyen a tudományos fogalmak elsajátítására és tudatosítására. .. a köznapi fogalmak is függnék fejlődésükben a tudományos fogalmaktól....

A tudományos fogalom elsajátítása körülbelül úgy különbözik a köznapi fogalom elsajátításától, mint az idegen nyelv iskolai elsajátítása az anyanyelv elsajátításától. Másrészt egyes fogalmak fejlődése körülbelül úgy függ össze más fogalmak fejlődésével, mint az idegen nyelv és az anyanyelv fejlődési folyamatai.”

(Vigotszkij: Gondolkodás és beszéd, in Szendrei Julianna: Gondolod, hogy egyre megy? 413. oldal)

A pedagógus szerepe a gyerek fogalomépítő munkájában

A megismerő képességek fejlesztése:

- tudatos és tevékeny tapasztalatszerzés biztosítása
- időbeli és térbeli tájékozódó képesség fejlesztése
- képzelet, emlékezet, figyelem, akarat fejlesztése
- eszközök és ismerethordozók használata
- ismeretek rendszerezésének megtanítása

1. C. Neményi Eszter, (2005): Tantárgypedagógiai füzetek, A természetes szám fogalmának kialakítása , ELTE TÓFK, Budapest
2. Atkinson, R.L. - Atkinson, R.C. - Smith, E.E. - Bem, D.J. - Nolen-Hoeksema, S.: Pszichológia. Második, javított kiadás, Budapest, Osiris, 1999. 74.-77 oldal
3. Skemp, Richard (2005): A matematikatanulás pszichológiája. SHL Kiadó, Budapest.
4. Szendrei Julianna (2005): Gondolod, hogy egyre megy? Dialógusok a matematikatanításról tanároknak, szülőknek és érdeklődőknek. Typotex, Budapest

3. A számtani műveletek fogalmának alakulása

A műveletfogalmak alakítása. Műveletek tevékenységgel, képekkel és szöveges szituációkkal való értelmezése; a műveletek tulajdonságai és kapcsolataik. Az emlékezet fejlesztésének fontossága a számtani műveletek tanításában.

A matematikai szöveg és a köznyelvi szöveg hasonlósága és különbözősége. A szövegértés és szöveg értelmezésének fejlesztése a műveletek értelmezése segítségével. Alkalmazkodás e téren a tanulók eltérő igényeihez/szükségleteihez.

Bevezetés: Az alsó tagozaton a matematikatanítás egyik legfontosabb célja a számolási készségek kialakítása.

A jó számolási készség kialakításának előfeltétele az *értés*. Ehhez szervesen kapcsolódik az *önellenőrzés* igénye és képessége.

A szóbeli és írásbeli műveletek végzéséhez szükséges „rutin” elérésének rengeteg előzménye van.

1. Mit jelent a számolási készség alakítása? /1./

2. Műveletek értelmezése általában. /1./

3. A műveletek értelmezései:

- Az összeadás értelmezései
- A kivonás értelmezései
- A szorzás értelmezései
- Bennfoglalás és egyenlő részekre osztás

A vizsgázó mutasson példát műveletértelmezésekhez tartozó tevékenységekre, mutasson a műveletet megjelenítő rajzot, és értelmezze azokat szöveges szituációkon keresztül is! /1./

4. A matematikai szöveg és a köznyelvi szöveg hasonlósága és különbözősége. /2. 400. oldal/

5. A szövegértés és a szöveg értelmezésének fejlesztése a műveletek értelmezése segítségével. /2. 400-407. oldal/

6. A számolási eljárások kidolgozása egy választott műveleten keresztül:

- Az értelmezéshez kapcsolódó kiszámítások
- Egyszerű esetek megjegyzése
- Összefüggések feltárása, és a rájuk épülő eljárások begyakoroltatása /1. /

7. A számolás tanítása és a tanító módszertani szabadsága. Alkalmazkodás a választott módszerhez. A tankönyvválasztás szempontjai a számolás tanítása során. /2. 297-304. oldal/

8. A fejszámolás fontossága, fejlesztő hatásai. (Fejleszti a gyerekek emlékezetét, megértő- és ítélőképességét, alkotó és problémamegoldó képességét, s emellett olyan általános tulajdonságokat, mint figyelem, fegyelem, kitartás, akarat.) /3./

9. Az írásbeli számolási eljárások kidolgozása: Egy választott írásbeli művelet (például írásbeli szorzás egyjegyű szorzóval) kidolgozása bemutatása. Az eszközhasználat szerepe az írásbeli művelet kidolgozása során. /1./

10. A differenciálás lehetőségei a műveletek értelmezésének szakaszában és a műveleti eljárások kidolgozása során.

Irodalom:

1. *C Neményi Eszter- Szendrei Julianna (2004). A számolás tanítása, Szöveges feladatok, ELTE-TÓFK, Budapest*
2. *Szendrei Julianna (2005): Gondolod, hogy egyre megy? Dialógusok a matematikatanításról tanároknak, szülőknak és érdeklődőknek. Typotex, Budapest*
3. *Atkinson, R.L. – Atkinson, R.C. – Smith, E.E. – Bem, D.J. – Nolen-Hoeksema, S.: Pszichológia. Második, javított kiadás, Osiris, 1999., Budapest*

4. A számolási eljárások és szerepük a gondolkodás fejlesztésében.

Összefüggések felismerése és alkalmazása a gondolkodásban. Az összefüggések szerepe az „értelmes” tanulásban. Analógiák, algoritmusok. Az analógiák szerepe és veszélye általában a tanulásban. Az algoritmusok megértésének fontossága és nehézségei. A fejszámolás hatása a tudatos emlékezés és figyelem fejlesztésére (tartósság, terjedelem, megosztottság). Az automatizálás fontossága, késleltetése és korlátai. Algoritmusok más tárgyak tanulásában (testnevelés, természetismeret, nyelvtan, zenei nevelés). A differenciálás jelentősége a gyakorlás során. A matematika tanulásának nehézségei.

Számolási eljárások: szóbeli számolás

írásbeli számolás, írásbeli algoritmus

A szóbeli és az írásbeli műveletek közötti különbség és kapcsolat bemutatása.

Számolási készségfejlesztések bemutatása mindkét eljárásra 1-1 kiválasztott művelet kapcsán.

Összefüggések felismerése és alkalmazása a gondolkodásban.

Az összefüggések szerepe az „értelmes” tanulásban.

A gondolkodásnak - s ezen belül a matematikai gondolkodásnak – lényegében mindig absztrakciókkal van dolga, még akkor is, ha konkrét tárgyakkól indulunk ki.

Az tanulja jól a matematikát, aki annak legfontosabb összefüggéseit szerkezeti elemeit saját fogalmi rendszerének részévé teszi. Megérteni valamit azt jelenti, hogy az ember egy új ismeretet képes hozzákapcsolni, beépíteni az addigi ismeretek, fogalmak közé, s ezek összefüggéseit felfedezni.

A számolási eljárások szerepe a gondolkodás fejlesztésében

-A szóbeli számolási eljárások alkalmazása fejleszti

-a munkamemóriát (a műveletekben szereplő számok megjegyzése, részeredmények fejben tartása, az alkalmazott eljárás felidézése)

-az analízáló képességet (a kijelölt feladat megértése, értelmezése, a komponensek felismerése)

-összefüggéslátó képességet (a többféle számolási eljárás közül a legmegfelelőbb választása az adott feladatra)

-Az írásbeli számolási eljárások során fejlődhet az analízáló, szintetizáló képesség, a becslőképesség, valamint az algoritmikus gondolkodás.

Analógia~ görög eredetű szó ~ hasonlóságot megállapító gondolkodási művelet.

Algoritmus~ azonos típusú feladatok megoldási szabályainak egymást követő lépésekre való elrendezése. (tömören: meghatározott műveleti sorrend), (al- Kvarizmi középkori matematikus nevéből)

Analógiás problémák a tízes és nem tízes alapú számrendszerekben végzett műveletek esetén. Egy-egy konkrét példa bemutatása.

A számrendszerek alapszámának „tévesztése” milyen problémákhoz vezethet?

/analógiák: 1.sz irodalom 105-212 124.o 126.o. 129.o./

Az algoritmizálás előkészítése:

Az írásbeli algoritmusok lényege: (6. 78.o.) (2. 110-111.)

Az írásbeli műveletek bevezetése eszközökkel. (Dienes készlet, játékpénz)

Az algoritmusok alakításának lépései. (1. 179-200)

Az algoritmusok megértésének fontossága és nehézségei. (6. 77- 108)

/algoritmizálás az írásbeli számolási eljárások kapcsán: 1.sz. irodalom 179-200., 2. sz. irodalom 110-111./

Algoritmizálás más tárgyak tanulásában:

Pl.: **technika**: egy- egy munkadarab elkészítésének lépései (hajtogatások)

természetismeret: egy- egy tanulói kísérlet fázisainak bemutatása, vagy egy-egy növény-, vagy állat-meghatározás lépéseinek bemutatása.

nyelv: pl.: szótár kezelésének bemutatása

Irodalom:

1. C. Neményi Eszter – Szendrei Julianna (2004). A számolás tanítása, ELTE-TÓFK, Budapest, 105-212. oldal
2. Szendrei Julianna (2005): Gondolod, hogy egyre megy? Dialógusok a matematikatanításról tanároknak, szülőknak és érdeklődőknek. Typotex, Budapest, 110-111. oldal,
3. C. Neményi Eszter – Radnainé Dr. Szendrei Julianna (2001): Matematikai füveskönyv a differenciálásról (Differenciálás a matematikatanításban). OKKER, Budapest.
4. Didaktika (szerk.: Falus Iván), Nemzeti Tankönyvkiadó, Bp., 1998. 427-437. oldal
5. Skemp, Richard (2005): A matematikatanulás pszichológiája. SHL Kiadó, Budapest.
6. C. Neményi Eszter és munkatársai: (1995): Szakvezetői modellkísérlet, BTF továbbképző füzetek I., Budapest

5. Alkotások a matematika tanulásában és az alkotó gondolkodás fejlesztése.

Alkotás mint önkifejezés (gyermeki szabad alkotások; zene, képzőművészet, irodalom) és alkotás mint a világ megismerésének eszköze. Produkció és reprodukció.

Alkotások a matematika különféle területein: objektumok, halmazok, sorozatok, függvények, rendszerek, modellek alkotása. Az alkotások szerepe a megismerésben, megértésben, az általánosításban egy geometriai példa bemutatásával. A kreativitás és fejlesztése. A konvergencia illetve a divergens gondolkodás fontossága. Az együttműködési készség fejlesztése a matematika órákon.

I. Az alkotásoknak többféle funkciója van a tanítási folyamatban: A tevékenységek közben a gyerekek tapasztalatokat gyűjtenek, ismeretekre tesznek szert.

Cselekvés közben gondolkodási műveleteket végeznek. Az alkotások előállításában közben analizálnak, összefüggéseket keresnek, és fedeznek fel, szintetizálnak. A fogalmak megértéséhez többet ad az alkotás közben átélt tapasztalat, mint a kész objektumok szemlélése, elemzése.

Az alkotások, tevékenységek fejlesztő hatásai:

- kreativitás, divergens, konvergens gondolkodás, megértés fejlesztése
- kombinatorikus gondolkodás fejlesztése
- térselemlélet
- kézügyesség

II. A geometriai alkotások szerepe a megismerésben, megértésben, az általánosításban.

Az alsó tagozatban a geometriatanítás legfontosabb feladata, hogy a gyerekek tevékenység közben megfelelő tapasztalatokat szerezzenek a geometriai objektumokról, a geometriai transzformációkról, a geometriai mérésekről, síkbeli és térbeli tájékozódásokról.

Geometriai alakzatok alkotása: A geometriai alakzatokat építések és lebontások közben figyelhetik meg legjobban, felfedezhetik, elemezhetik, összehasonlíthatják tulajdonságaikat.

Építések térben, síkban: Alkotások szabadon, modell után, másolással, kódolt alaprajzra, különféle feltételek szerint-elemzésekkel, tulajdonságok kiemelésével, tudatosításával kombinálva (szétválogatás, osztályozás, sorba rendezés-szóbeliség)

A közös tulajdonságok megfogalmazásával alakul a halmazselemlélet

Adott feltételnek eleget tevő objektumok előállítása, minél több ilyen előállítása, az összes ilyen objektum keresése (azonosításuk, megkülönböztetésük)- módszerek az összes lehetőség megkeresésére. Fejleszti a kombinatorikus gondolkodást, és elősegíti a kreativitást.

III. Objektumok, halmazok, sorozatok, függvények, modellek a matematika különféle területein

Számtan, algebra: számkártyákból, számjegyekből számalkotások (különböző feltételekkel), számok különféle neveinek előállítása műveleti jelek felhasználásával, számsorozatok alkotása, közös osztók, közös többszörösök keresése halmazalkotással.

Halmazok, logika: nyitott mondat igazsághalmazának előállítása, megadott tulajdonságú halmaz elemeinek megkeresése.

Relációk, függvények, sorozatok: megadott szabályhoz a reláció elemeinek megkeresése, sorozatok alkotása számokból, síkidomokból, térbeli objektumokból, színekből, hangokból, betűkből.

Kombinatorika, valószínűség, statisztika: Sorrendezések, kiválasztások előállítás (betűkártyákból szavak alkotása, hangokból dallamok készítése). Statisztikai adatok megjelenítésére különböző diagramok megalkotása.

Modellalkotás:

- matematikai fogalmakhoz (pl. halmazműveletek Venn-diagramokkal, törtfogalom előkészítése, alakítása hajtogatással, nyírással, rajzos modellekkel.)
- összefüggésekhez (relációk, rajzos modellek, nyitott mondat, táblázat, számegyenes.)
- problémákhoz (szöveges feladatokhoz)

Szöveg alkotása, konkretizálás: képhez, számfeladatokhoz, különböző modellekhez. Kérdések, problémák alkotása (pl. szöveges feladatoknál, kombinatorikus, valószínűségi játékoknál).

Irodalom:

1. [Landau Erika](#) (1976): A kreativitás pszichológiája, Budapest, [Tankönyvkiadó](#)
2. C. Neményi Eszter (2005): Tantárgypedagógiai füzetek, Geometria. ELTE TÓFK, Budapest. 8-40.
3. C. Neményi Eszter (2005): Tantárgypedagógiai füzetek, Relációk, függvények, sorozatok, ELTE TÓFK, Budapest.